



LEZIONE # 6

- FINEZZA

Attraverso la definizione di *campo di misura*, *sensibilità* e *precisione* non si riesce ad esprimere l'azione, talvolta preponderante, che lo strumento esercita sulla grandezza fisica oggetto della misurazione (il *misurando*).

A questo scopo viene definita la **finezza**. Essa è l'attitudine dello strumento a non perturbare la grandezza oggetto della misura.

La finezza può essere quantificata mediante l'**errore di inserzione**. Una prima difficoltà è che non sempre si riesce a valutare agevolmente i termini che intervengono nella relazione quantitativa dell'errore di inserzione:

$$\varepsilon_{ins} = \frac{a_p - a}{a_p} \cong \frac{a - a_p}{a}$$

dove con a_p si è indicato il valore che la grandezza aveva "prima" dell'inserzione dello strumento e con a il valore misurato.

L'errore d'inserzione dipende sempre dalla *quota parte di energia* che il sensore preleva dalla grandezza fisica che sta misurando. L'errore d'inserzione è particolarmente arduo da quantificare perchè il "prelevamento di energia" può avvenire in circostanze e con le modalità più impensate.

esempio:

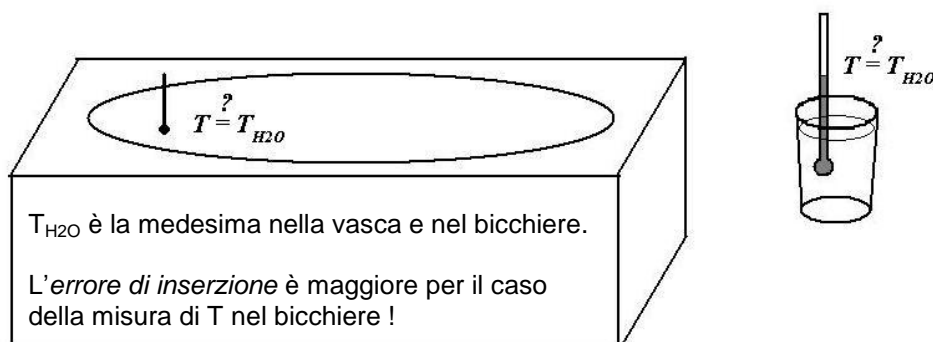


Figura 6.1

Come si vede nell'esempio precedente, l'errore d'inserzione può dipendere anche dalla *situazione* e dalle *condizioni* nelle quali si esegue la misura. A tal proposito si osserva che i trasduttori attivi sono generalmente più soggetti all'errore d'inserzione, ciò non di meno, sono anche i più facili da tenere sotto controllo, in quanto prelevano dalla grandezza che stanno misurando *tutta l'energia* di cui hanno bisogno per "trasdurre" la grandezza in esame.

Assai particolare è il caso delle misure nel settore biomedico, dove al termine "inserzione" dello strumento viene attribuito un significato diverso, legato al fatto che una determinata misura sia "invasiva" oppure no. Ne consegue lo schiudersi di tutta un'altra serie di problematiche che esulano da questo corso.

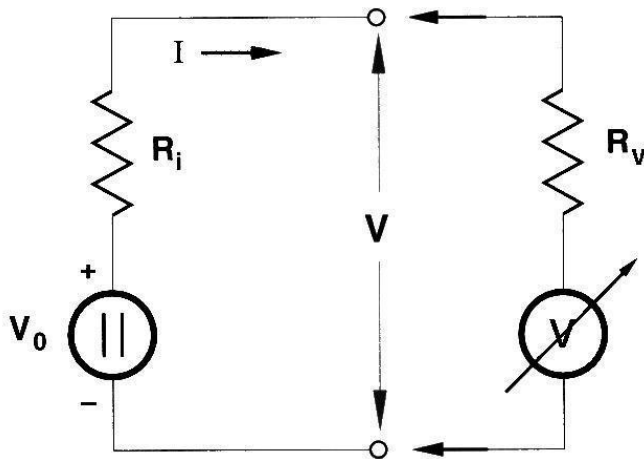
Quando un trasduttore rileva l'intensità di una grandezza fisica, "traduce" l'informazione in un'altra grandezza fisica, "intelligibile" allo stadio di elaborazione che segue nella catena di misura. Nella stragrande maggioranza dei casi tale grandezza è una *differenza di potenziale* espressa in volt (o



meglio nei sottomultipli mV o μV) oppure è una *intensità di corrente elettrica* espressa in ampere (o meglio in mA). Tale situazione può essere schematizzata convenientemente attraverso un accoppiamento generatore di tensione (o di corrente) e misuratore di tensione (o di corrente). L'errore d'inserzione non è un problema legato esclusivamente ai trasduttori. Esso può intervenire anche nell'accoppiamento tra due stadi interni di una catena di misura. Quando ciò accade, il problema è conosciuto anche come *interfacciamento* tra due stadi o due strumenti.

1° esempio importante:

accoppiamento generatore di tensione – voltmetro



prima dell'inserzione vale:

$$V = V_0 \quad \text{con } I = 0$$

dopo l'inserzione vale:

$$V_0 = (R_i + R_v) \cdot I \quad \text{con } I \neq 0$$

ma lo strumento misura:

$$V = R_v \cdot I \neq V_0$$

si commette un errore d'inserzione !

Figura 6.2

allora

$$\varepsilon_{ins} = \frac{V_0 - V}{V_0} \Rightarrow \frac{(R_i + R_v) \cdot I - R_v \cdot I}{(R_i + R_v) \cdot I} = \frac{R_i}{R_i + R_v} = \frac{1}{1 + \frac{R_v}{R_i}}$$

per avere $\varepsilon_{ins} \rightarrow 0$ si deve rendere in qualche modo $R_v \rightarrow \infty$ grande, oppure $R_i \rightarrow 0$ piccola

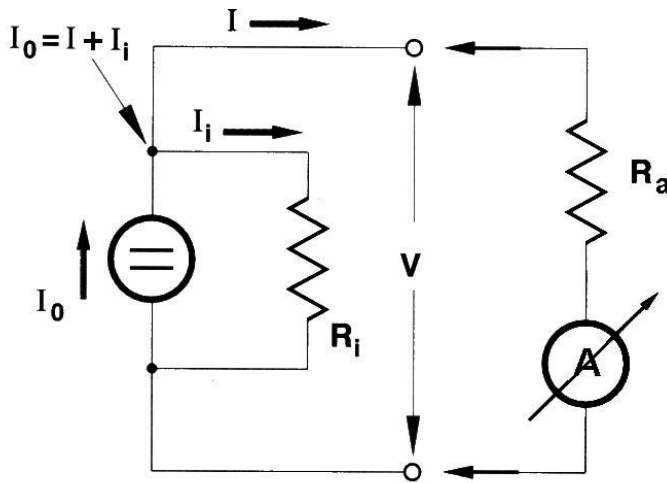
Agire su R_i non è facile, specialmente se essa rappresenta la resistenza di uscita di un trasduttore, perché essa dipende dalle caratteristiche costruttive degli elementi che generano il segnale in tensione. I trasduttori, date anche le loro dimensioni ridotte, di norma non sono generatori di tensione efficienti. Questa circostanza viene schematizzata con una resistenza di uscita R_i rilevante di modo che, non appena lo stadio successivo, che effettua la misura di V , richiede una certa corrente I , il segnale in tensione V_0 si "degrada" già sulla resistenza interna R_i (diminuisce la qualità dell'informazione associata a V_0). Si ha una caduta di potenziale interna al trasduttore.

Si può invece agire molto meglio sullo stadio che funziona da misuratore di tensione (voltmetro). Tutti i buoni misuratori di tensione vengono perciò progettati e costruiti con elevatissime resistenze di ingresso ($1 \div 100 \text{ M}\Omega$), in modo da impedire la circolazione delle pur piccole correnti elettriche provenienti dal trasduttore. Questo accorgimento limita in modo implicito il degradamento del segnale dovuto ad una resistenza di uscita dello stadio generatore non bassa.



2° esempio importante:

accoppiamento generatore di corrente – amperometro



prima dell'inserzione vale:

$$I_0 = I_i \quad \text{con } I = 0$$

dopo l'inserzione vale:

$$I_0 = I + I_i \quad \text{con } I = \frac{V}{R_a}$$

Figura 6.3

Dall'esame delle correnti nel nodo in figura si evince subito che $I_0 \neq I$. Anche in questo caso si commette un errore d'inserzione:

$$\varepsilon_{ins} = \frac{I_0 - I}{I_0} = 1 - \frac{I}{I_0} \quad \text{ma le due resistenze } R_i \text{ ed } R_a \text{ risultano ora essere in parallelo } R_i // R_a$$

$$\text{vale quindi } V = I_0 \frac{R_i R_a}{R_i + R_a}$$

$$\text{da cui } \frac{V}{R_a} = I_0 \frac{R_i}{R_i + R_a} \quad I = I_0 \frac{R_i}{R_i + R_a} \quad \frac{I}{I_0} = \frac{R_i}{R_i + R_a}$$

$$\text{quindi } \varepsilon_{ins} = 1 - \frac{I}{I_0} \Rightarrow 1 - \frac{R_i}{R_i + R_a} = \frac{R_i + R_a - R_i}{R_i + R_a} = \frac{R_a}{R_i + R_a} = \frac{1}{\frac{R_i}{R_a} + 1}$$

per avere $\varepsilon_{ins} \rightarrow 0$ si deve rendere in qualche modo $R_i \rightarrow \infty$ grande, oppure $R_a \rightarrow 0$ piccola

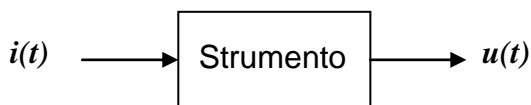
Avere a disposizione un generatore di corrente con una *resistenza interna di cortocircuito* R_i elevata significa disporre di un generatore di corrente di qualità elevata. Nelle catene di misura, ciò può accadere ma, per minimizzare implicitamente ogni rischio di "degradamento" del segnale in corrente, si progettano e si costruiscono misuratori di corrente con bassa resistenza interna R_a . Tale resistenza rappresenta infatti una parte significativa della resistenza di carico che il segnale in corrente deve attraversare per "recapitare" allo stadio misuratore l'informazione associata all'intensità I della corrente stessa.



- RAPIDITA'

Per studiare le qualità metrologiche fin qui considerate (*campo di misura, sensibilità, precisione e finezza*) sono state prese in considerazione sempre e solo grandezze in ingresso allo strumento che non modificavano il loro valore durante il tempo necessario per la misura. Tali grandezze possono essere considerate a ragione *grandezze costanti*. La rapidità è invece la qualità metrologica che esprime la capacità degli strumenti nel rispondere a grandezze in ingresso che variano durante il tempo della misura.

In generale la rapidità è l'attitudine degli strumenti a seguire le variazioni nel tempo della grandezza da misurare. Di qui in avanti, si tratterà quindi solo di *grandezze dinamiche*

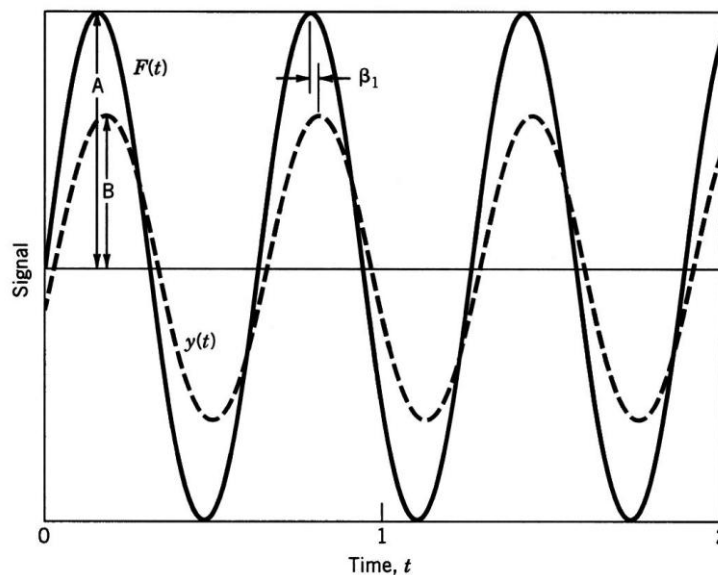


dove sia la grandezza i che l'uscita u dello strumento sono funzioni del tempo t !

La rapidità di uno strumento meccanico è sempre limitata dall'*inerzia* delle parti mobili e dallo *smorzamento* cui esse sono sottoposte.

La rapidità degli strumenti elettrici o elettronici è sempre limitata dalla combinazione delle *reattanze capacitive e induttive*, presenti nei circuiti, che li costituiscono.

Uno strumento che abbia una rapidità insufficiente nel seguire una grandezza variabile in ingresso manifesta due effetti fondamentali: fornisce in uscita una indicazione dell'onda con ampiezza *attenuata* e con un certo *ritardo* (sfasamento) rispetto al vero. Un esempio per il caso semplice di un ingresso sinusoidale è riportato sotto nella figura 6.4. L'onda di uscita risulta chiaramente *distorta* rispetto al segnale originale in ingresso.



Relationship between a sinusoidal input and output:
amplitude, frequency, and time lag.

Figura 6.4



Vi sono 3 modi o schemi per studiare la rapidità di uno strumento. Ciascuno schema si differenzia sostanzialmente per la *natura* della grandezza in ingresso e da luogo a dei parametri che, in ultima analisi, ci consentiranno di quantificare la rapidità dello strumento anche quando, durante le misure reali, non si verificano in maniera esatta le condizioni dello schema:

1. nel caso di grandezze in ingresso costanti e soggette a repentine variazioni in un tempo molto piccolo, il parametro significativo per quantificare la rapidità dello strumento risulta essere il **tempo di risposta**.
2. nel caso di grandezze in ingresso lentamente variabili nel tempo, la situazione viene rappresentata bene attraverso la definizione del **tempo di ritardo**.
3. nei casi di grandezze in ingresso rapidamente variabili nel tempo (i più frequenti), la rapidità dello strumento viene studiata per mezzo dei diagrammi di **risposta in frequenza e fase** delle armoniche che compongono il segnale in ingresso.

Nel caso (1), illustrato nella figura 6.5, l'ingresso costante i_0 cambia improvvisamente intensità nell'istante t_0 e si porta istantaneamente al valore i_1 . Lo strumento cercherà di seguire la variazione repentina del segnale in ingresso meglio che può. Si tratta di una tipica **risposta al gradino**. Il **tempo di risposta** $t_r = t_1 - t_0$ individua il tempo impiegato dallo strumento a fornire un'indicazione u in uscita compresa entro una prefissata fascia di errore $\pm \varepsilon_{din}$ intorno al nuovo valore nominale u_1 . Il parametro ε_{din} è l'**errore dinamico** che si accetta e deve essere prefissato a priori. In genere si sceglie di contenere l'errore dinamico entro alcuni punti % del valore di u_1 . Dal suo valore dipende, in modo inversamente proporzionale, il tempo di risposta t_r : più piccolo si prefissa l'errore dinamico ε_{din} e più lungo è il tempo di risposta t_r .

Per gli strumenti elettronici in alternativa viene spesso indicato il **tempo di salita (slew rate)** che è il tempo impiegato a raggiungere il picco della prima sovraoscillazione $t_{SLEW} = t_{sr} - t_0$.

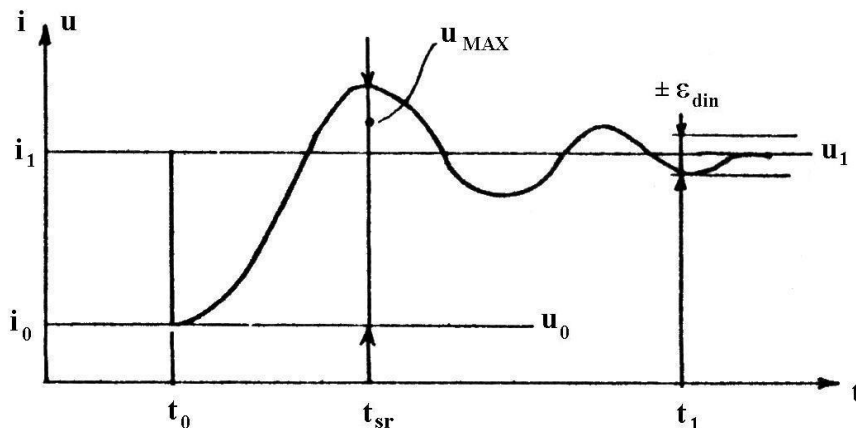


Figura 6.5

Lo strumento può raggiungere la nuova indicazione u_1 esibendo una sovraoscillazione (u_{max}) oppure in maniera asintotica. Le modalità precise con le quali uno strumento si muove per assestarsi sulla nuova indicazione sono affrontate per esteso più avanti.

Nel caso (2) il segnale in ingresso è costante fino al tempo t_0 quando inizia una variazione d'intensità che prosegue costante nel tempo. La situazione è illustrata nella figura 6.6. Dopo un transitorio iniziale dove lo strumento risponde alla variazione con un andamento a *ginocchio*



arrotondato, la cui *curvatura* dipende dalle caratteristiche interne dello strumento, esso si predispone a seguire parallelamente la variazione dell'ingresso.

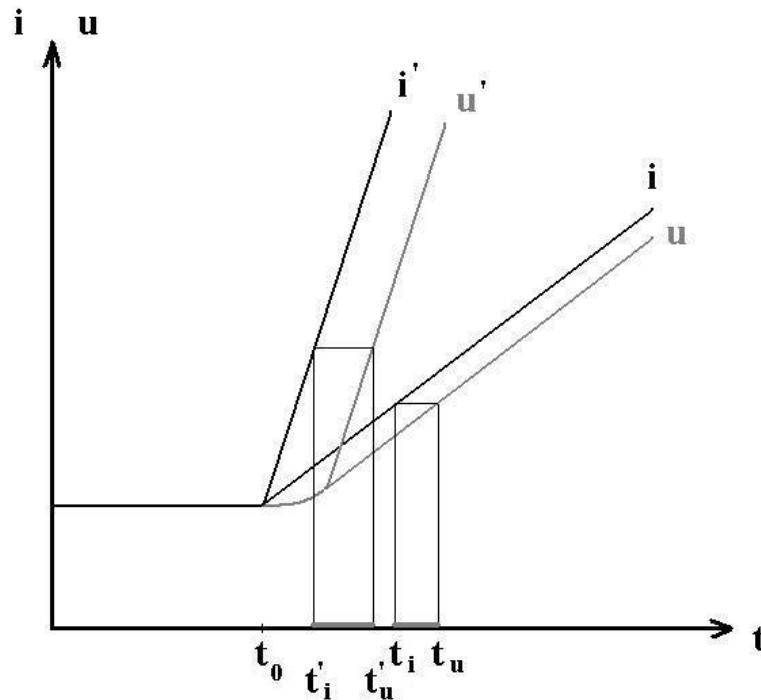


Figura 6.6

dalla figura si vede che nel caso dell'ingresso i , lo strumento risponde con un *tempo di ritardo* ($t_u - t_i$). Si riconosce poi che se la variazione d'intensità della grandezza in ingresso i' iniziata in t_0 è più ripida, il tempo di ritardo $t'_u - t'_i$ con il quale lo strumento fornisce l'indicazione in uscita u' è maggiore: $t'_u - t'_i > t_u - t_i$. Il tempo di ritardo purtroppo non è una costante dello strumento ma dipende dalla velocità di variazione della grandezza in ingresso.

Nel caso (3) che, come detto, è il più frequente e anche il più generale, si fa riferimento a grandezze in ingresso sinusoidali. In questo modo l'unica ipotesi che la grandezza variabile in ingresso deve rispettare è di essere periodica. Ogni segnale periodico può essere scomposto in serie di Fourier e quindi può essere studiato per mezzo delle sue componenti armoniche:

$$f(x) = f(x + 2\pi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

ingresso: $i(t) = I_0 \sin \omega t$ con $\omega = 2\pi f$ **pulsazione**
 uscita: $u(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ con φ **sfasamento**

Le curve di *risposta in frequenza ideale* e *risposta in fase ideale* sono riportate nella figura 6.7 qui sotto:

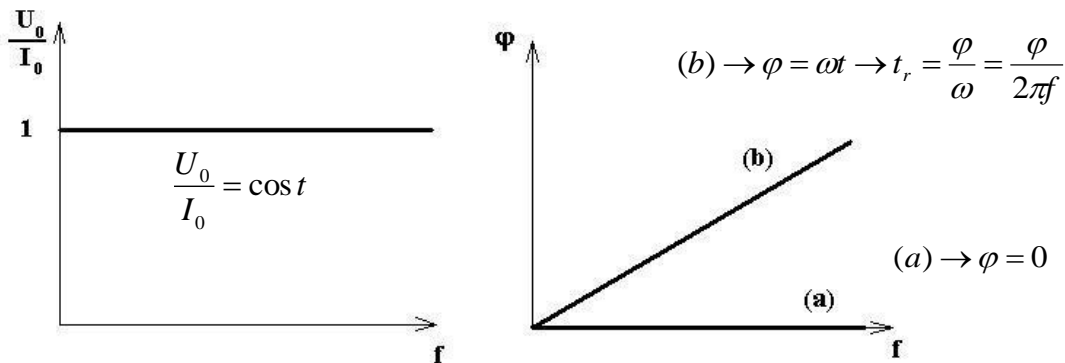


Figura 6.7

Dal punto di vista del comportamento dinamico, uno strumento ideale è uno strumento che trasferisce all'uscita l'informazione contenuta nel segnale d'ingresso con ampiezza inalterata per qualunque frequenza e senza alcuno sfasamento (caso (a) in figura). Ciò equivale a dire che il rapporto tra le ampiezze in uscita ed in ingresso è costante, ovvero non dipende dalla frequenza e che lo strumento risponde sempre istantaneamente, senza alcun ritardo dell'uscita rispetto all'ingresso. Per quanto riguarda lo sfasamento sarebbe accettabile anche il caso (b) riportato sopra in figura, ovvero uno sfasamento in anticipo e proporzionale con la frequenza. Come evidenziato nella figura, questa situazione comporterebbe almeno di ottenere un tempo di ritardo costante per tutte le frequenze di cui è composto il segnale in ingresso.

Una tipica **risposta in frequenza reale** invece, è riportata sotto nella figura 6.8. Si riconosce come per $f \rightarrow \infty$ la risposta dello strumento (*ampiezza dell'uscita*) tende sempre a zero. Si è già detto che gli strumenti meccanici sono costituiti al loro interno da parti in movimento che hanno un'inerzia, quindi non possono avere accelerazioni ∞ , e gli strumenti elettrici sono costituiti da circuiti interni che non possono avere reattanza induttiva $X_L = j\omega L = \infty$ oppure reattanza capacitiva $X_C = 1/j\omega C = 0$.

L'estensione della risposta in frequenza dipende dalle caratteristiche dinamiche dello strumento ma anche dall'errore dinamico che si accetta. Ad esempio, nella figura 6.8 di sotto, si ha una estensione fino alla frequenza f_1 se si accetta un errore (attenuazione) in uscita del 25%, ma si ha una estensione ridotta ad f_2 se si accetta solamente un errore del 3%. Le frequenze massime che restano così individuate prendono il nome di **frequenze di taglio**. Tutte le frequenze comprese tra la frequenza nulla e la frequenza di taglio costituiscono la **banda passante** dello strumento.

Per una definizione più generale della frequenza di taglio (e della banda passante), si accetta spesso convenzionalmente una attenuazione massima del segnale in uscita del 30% circa e si dice che la banda passante è estesa fino ad una certa frequenza (la f_i di taglio) a -3dB . La scala decibel è una scala logaritmica e dire "a meno 3 decibel" significa dire $-3\text{dB} = 20 \log_{10} 0.707$ ovvero, lo strumento fornisce un segnale in uscita con una ampiezza che è il 70.7% di quello in ingresso, cioè attenuato del 30% circa. Si dice anche convenzionalmente che lo strumento è *dinamicamente lineare a -3dB* fino alla frequenza di taglio f_i .

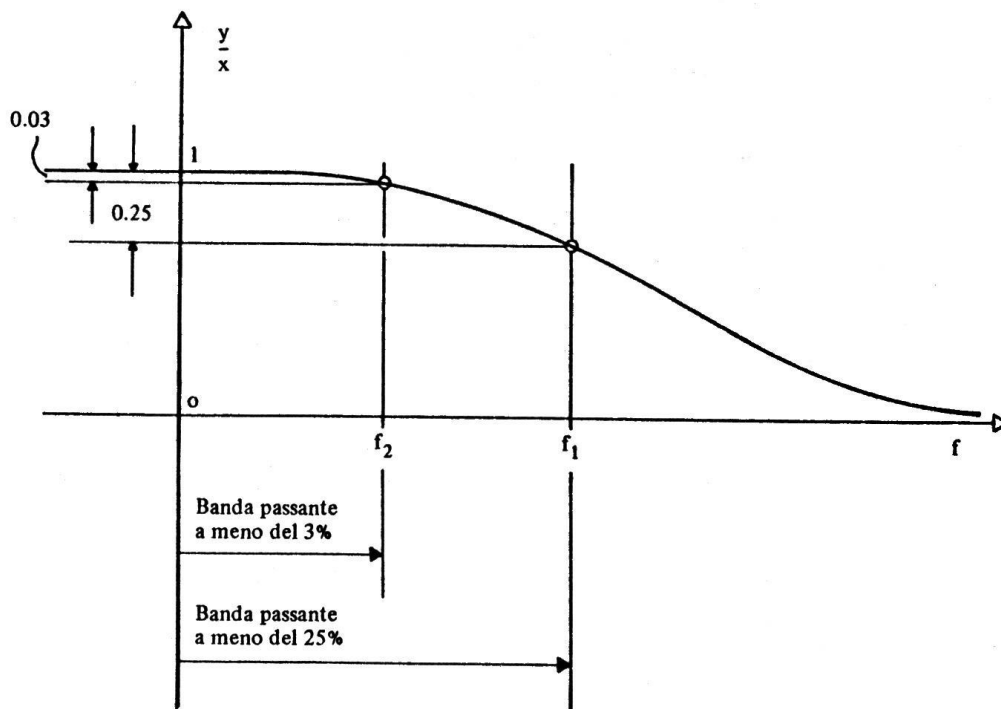


Figura 6.8

Non sempre la banda passante ha la forma riportata sopra in figura. In taluni casi particolari, come per gli strumenti RC e gli amplificatori in banda audio, lo strumento non risponde a frequenza nulla ovvero, elabora solo il contenuto dinamico della grandezza fisica in ingresso e non le componenti costanti (quale, ad esempio, il valor medio). Per tali strumenti rimane individuata anche una *frequenza di taglio inferiore* f_{ii} . La banda passante è compresa tra le due frequenze di taglio:

$$B = f_{is} - f_{ii}$$

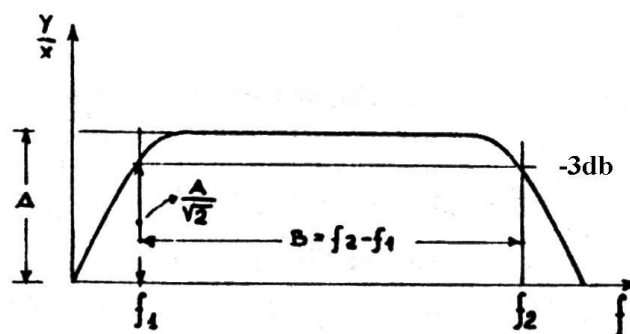


Figura 6.9

Per specificare in modo sistematico da quali elementi dello strumento dipende la forma della banda passante, e quindi le caratteristiche dinamiche dello strumento, occorre impostare una *classificazione dinamica* degli strumenti.



Note:

Figure 6.5; 6.8; 6.9 courtesy of:
Branca F.P. – *Misure Meccaniche* – ed. ESA

Figure 6.4 courtesy of:
Figliola, Beasley – *Theory and Design for Mechanical Measurement* – John Wiley & Sons, Inc.